

Škola programiranja, 23.10.2021. – početna grupa (srednja škola)

Algoritam – konačan niz instrukcija (operacija ili koraka) koji opisuju kako riješiti problem. Riječ algoritam (engleski 'algorithm') potiče od latinskog prevoda imena persijskog matematičara al-Khwārizmī (persijski: خوارزمی, 780–850). Napisao je knjigu o brojevima oko 825. godine koja je prevedena na latinski u dvanaestom vijeku pod naslovom „*Algoritmi de numero Indorum*“. Riječ "Algoritmi" u naslovu je nastala kao prevod imena autora Al-Khwarizmi.

Algoritmi se mogu zadati nizom instrukcija ili pomoću dijagrama toka (engleski „flow chart“). Ponekad se instrukcije zadaju pomoću tzv. pseudokoda.

Prije prvog algoritma definisaćemo kako se zapisuju aritmetičke operacije:

Operacija	Matematika	U algoritmima	Primjer
Sabiranje	$a+b$	$a+b$	$7+2=9$
Oduzimanje	$a-b$	$a-b$	$7-2=5$
Množenje	ab ili $a \cdot b$	$a*b$	$7*2=14$
Dijeljenje	$a:b$	a/b	$7/2=3,5$
Cjelobrojno dijeljenje	a/b ili $a \text{ div } b$	$a \text{ div } b$	$7 \text{ div } 2 = 3$
Ostatak pri dijeljenju ili moduo	$a \text{ mod } b$	$a\%b$	$7\%2=1$

Ponekad se pravi razlika između dijeljenja realnih brojeva i dijeljenja cijelih brojeva. Na primjer, $7/2$ je $3,5$ i tada govorimo o dijeljenju realnih brojeva. Međutim, ako 7 i 2 posmatramo kao cijele brojeve, tada se može reći da se pri dijeljenju broja 7 brojem 2 dobija količnik 3 i ostatak 1 jer je $7=3*2+1$. U nekim knjigama se cjelobrojno dijeljenje označava simbolom div , kako je označeno u gornjoj tabeli.

Primjer 1: Odrediti površinu pravougaonika čije su dužine stranica a i b .

Rješenje: Opišimo algoritam na našem jeziku, zadajući ulaz, izlaz i korake koje treba izvršiti.

Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi

Izlaz: p – površina pravougaonika

Algoritam:

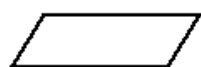
1. učitati brojeve a i b
2. $p = a*b$
3. štampati p

Drugi način zadavanja algoritma je grafički, koristeći takozvani dijagram toka. Dio simbola za predstavljanje prikazan je na slici:

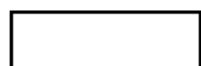
1. Početak / Kraj



2. Ulaz / Izlaz



3. Obrada



Umjesto istog simbola za ulaz/izlaz, ponekad se koriste poseban simbol za ulaz i poseban simbol za izlaz

Ulaz

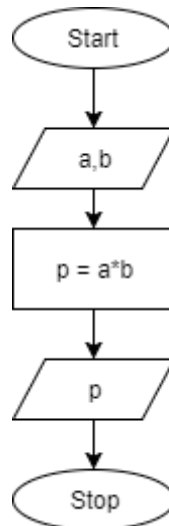


Izlaz



Primjer 2: Nacrtati dijagram toka algoritma iz primjera 1 (površina pravougaonika).

Rješenje:



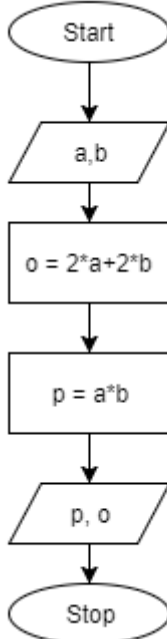
Primjer 3: Napisati algoritam koji izračunava obim pravougaonika čije se dužine stranica a i b.

Rješenje: Obratite pažnju da smo upotrijebili slovo (promjenljivu) p kao oznaku za obim pravougaonika.

Opis koraka	Dijagram toka
<p>Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi</p> <p>Izlaz: p – obim pravougaonika</p> <p>Algoritam:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. učitati brojeve a i b 2. $p = 2*a + 2*b$ 3. štampati p 	<pre> graph TD Start([Start]) --> Input[/a,b/] Input --> Process[p = 2*a+2*b] Process --> Output[/p/] Output --> Stop([Stop]) </pre>

Primjer 4: Napisati algoritam koji izračunava obim i površinu pravougaonika čije se dužine stranica a i b .

Rješenje: Upotrijebili smo dvije promjenljive, redom p i o , za površinu i obim pravougaonika.

Opis koraka	Dijagram toka
<p>Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi Izlaz: o – obim pravougaonika, p – površina pravougaonika Algoritam:</p> <ol style="list-style-type: none">1. učitati brojeve a i b2. $o = 2*a + 2*b$3. $p = a*b$4. štampati p i o	 <pre>graph TD; Start([Start]) --> Input[/a, b/]; Input --> Process1[o = 2*a + 2*b]; Process1 --> Process2[p = a*b]; Process2 --> Output[/p, o/]; Output --> Stop([Stop]);</pre> <p>The flowchart illustrates the algorithm's execution. It begins with an oval labeled 'Start', followed by a parallelogram representing input 'a, b'. This leads to a rectangular process box containing the formula $o = 2*a + 2*b$. The next step is another rectangular process box with $p = a*b$. This is followed by a parallelogram representing output 'p, o', and finally an oval labeled 'Stop'.</p>

Pokažimo kako se dobija cifra jedinica prirodnog broja n . Npr. ako je $n=12316$, tada se pri cjelobrojnom dijeljenju broja n sa 10 dobija se količnik 1231 i ostatak 6 . Primjetite da je ostatak upravo cifra jedinica broja n , pa se ona dobija kao $n \bmod 10$ (ili $n\%10$). Na sličan način se dobijaju i ostale cifre.

Primjer 5: Napisati algoritam koji učitava četvorocifren prirodan broj n i štampa zbir njegovih cifara.

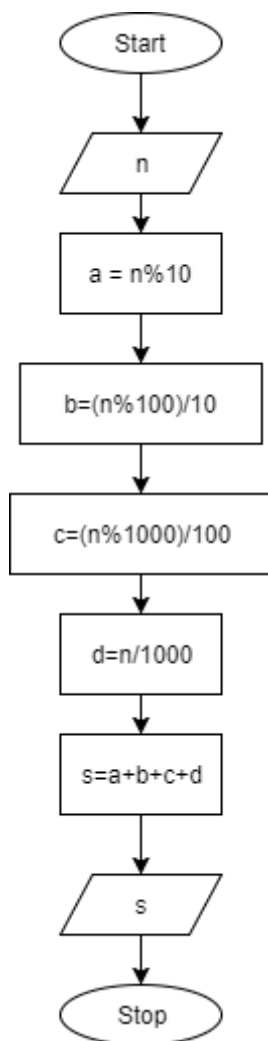
Rješenje: Neka su cifre broja n redom a, b, c i d , što zapisujemo kao $n=\overline{abcd}$.

Ulaz: $n=\overline{abcd}$, četvorocifreni prirodan broj

Izlaz: s – zbir cifara broja n

Algoritam:

1. učitati broj n
2. $a = n \% 10$
3. $b = (n\%100)/10$
4. $c = (n\%1000)/100$
5. $d = n/1000$
6. $s = a + b + c + d$
7. štampati s



Primjer 6: Napisati algoritam koji učitava četvorocifren prirodan broj $n = \overline{abcd}$ i štampa broj $s = \overline{cdab}$.

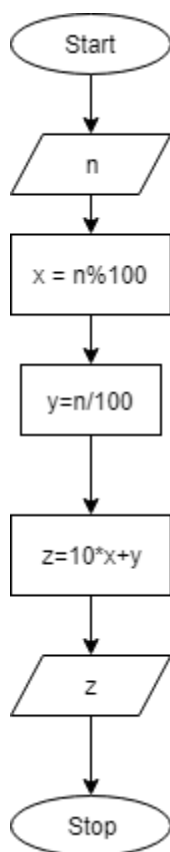
Rješenje: Neka su cifre broja n redom a, b, c i d , što zapisujemo kao $n = \overline{abcd}$.

Ulaz: $n = \overline{abcd}$, četvorocifreni prirodan broj

Izlaz: s – traženi broj

Algoritam:

1. učitati broj n
2. $x = n \% 100$
3. $y = n/100$
4. $z = 100*x + y$
5. štampati s



Zadaci sa rješenjima:

Zadatak 1 Proizvod košta a eura i b centi (a i b nenegativni cijeli brojevi, $b < 100$). Koliko košta n takvih proizvoda? Napisati program koji učitava brojeve n, a i b i štampa dva broja: koliko eura i koliko centi treba platiti za n proizvoda.

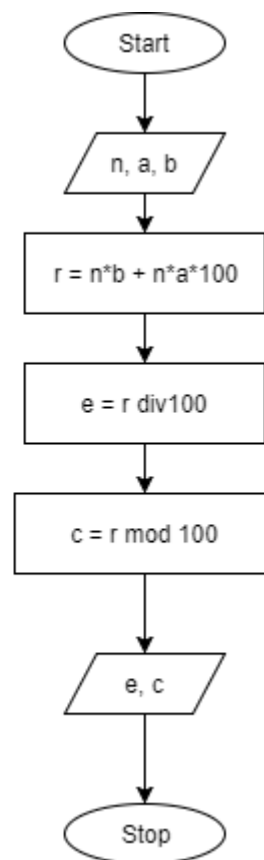
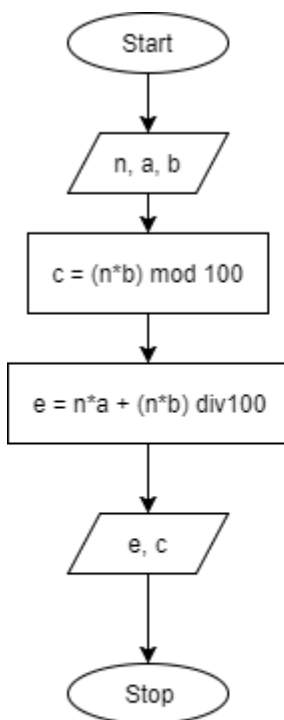
Primjer:

Ulaz	Izlaz
5 1 15	5 75
5 1 21	6 5

Rješenje:

Rješenje sa slike lijevo prvo odredi iznos centi, pa zatim eura, vodeći računa da se vrši odgovarajući prenos centi na eure.

Drugo rješenje, sa slike desno, prvo pretvori cijenu u cente, pa zatim taj iznos pretvara nazad u eure i cente.



Zadatak 2 Data su dva ugla izražene stepenima, minutima i sekundama. Napisati program koji učitava 6 nenegativnih cijelih brojeva $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ ($0 \leq b_1, c_1, b_2, c_2 \leq 59$), gdje prva tri broja predstavljaju prvi ugao izražen stepenima (a_1), minutima (b_1) i sekundama (c_1), a preostala tri broja su drugi ugao izražen stepenima (a_2), minutima (b_2) i sekundama (c_2), i štampa tri broja koji predstavljaju mjeru zbira dva data ugla.

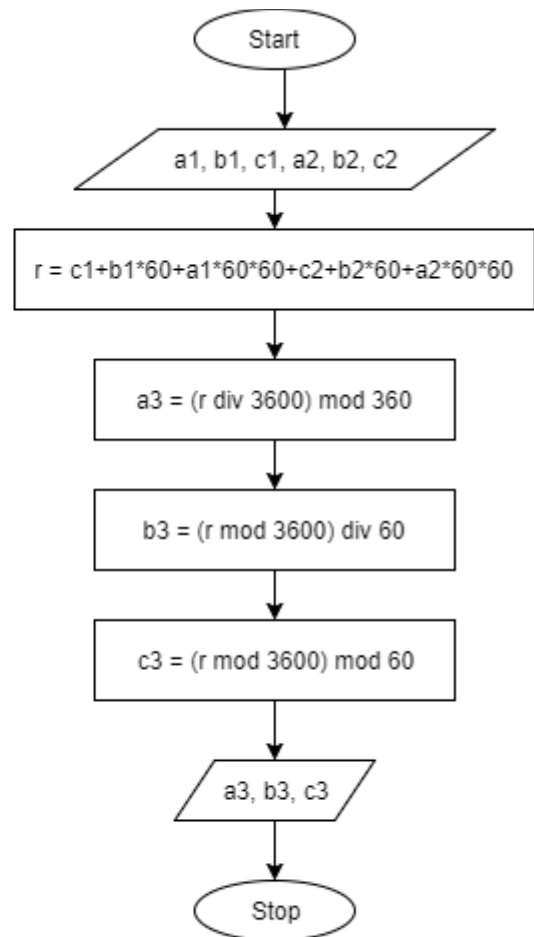
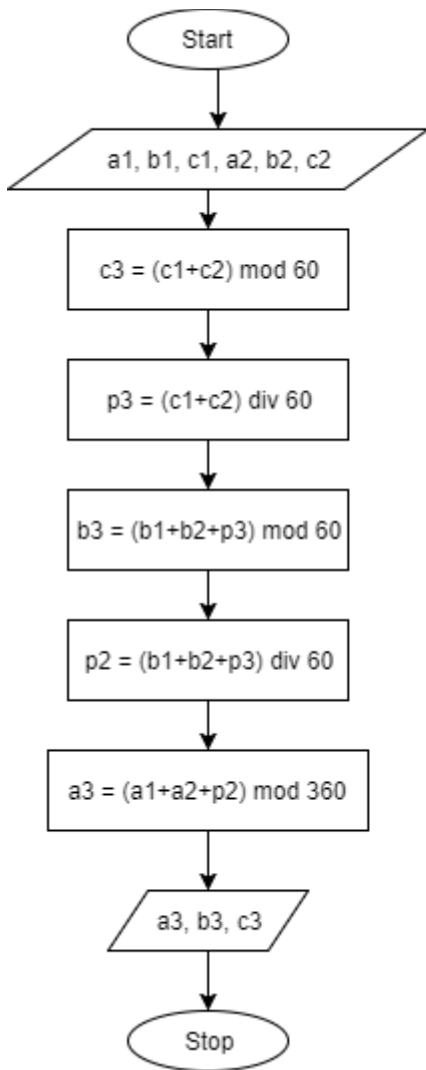
Primjer:

Ulaz	Izlaz
5 1 15 25 45 46	30 47 1

Rješenje:

Rješenje sa slike lijevo prvo sabira sekunde, pa minute i na kraju stepene, vodeći računa da se vrši odgovarajući prenos.

Drugo rješenje, sa slike desno, prvo pretvori oba ugla u sekunde, pa rezultat pretvara redom u stepene, minute i sekunde.



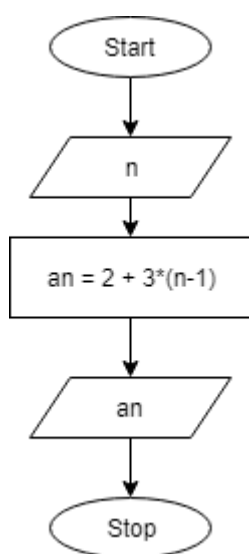
Zadatak 3 (*) Dat je niz brojeva 2, 5, 8, 11... Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa koji je n -ti broj u datom nizu.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
5	14
2017	6050

Rješenje:

Označimo redom elemente niza sa $a_1, a_2, \dots, a_n \dots$ (tj. $a_1=2, a_2=5, a_3=8, \dots$). Naš zadatak je da za dato n odredimo a_n . Svaki element niza je za 3 veći od prethodnog elementa tj. važe jednakosti: $a_2=a_1+3, a_3=a_2+3, a_4=a_3+3, \dots, a_n=a_{n-1}+3$. Ako u svakoj jednakosti prebacimo elemente niza a sa iste strane jednakosti, dobijamo $n-1$ jednakosti: $a_2-a_1=3, a_3-a_2=3, a_4-a_3=3, \dots, a_n-a_{n-1}=3$. Ako saberemo sve ove jednakosti, dobijamo: $a_2-a_1 + a_3-a_2 + a_4-a_3 + \dots + a_n-a_{n-1} = \underbrace{3+3+\dots+3}_{n-1}$. Sada je lijeva strana jednaka $a_n - a_1$, a desna strana je $3*(n-1)$, pa dobijamo da je $a_n - a_1 = 3*(n-1)$ tj. $a_n = a_1 + 3*(n-1)$ i konačno dobijamo $a_n = 2 + 3*(n-1)$.



Domaći zadatak – svi zadaci se mogu uraditi bez primjene grananja

Zadatak 1 Data su dva ugla izražene stepenima, minutima i sekundama. Napisati program koji učitava 6 nenegativnih cijelih brojeva $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ ($0 \leq b_1, c_1, b_2, c_2 \leq 59$), gdje prva tri broja predstavljaju prvi ugao izražen stepenima (a_1), minutima (b_1) i sekundama (c_1), a preostala tri broja su drugi ugao izražen stepenima (a_2), minutima (b_2) i sekundama (c_2), i štampa tri broja koji predstavljaju razliku prvog i drugog ugla.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
35 1 15 25 45 46	9 15 29
5 1 15 25 45 46	-21 15 29

Zadatak 2 Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa zbir $1+2+\dots+n$. Napomena: pokušajte sami da odredite formulu, tako da algoritam ima samo jedan korak.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
4	10
100	5050

Zadatak 3 Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa zbir $1+2+\dots+n$. Napomena: pokušajte sami da odredite formulu, tako da algoritam ima samo jedan korak.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
4	10
100	5050

Zadatak 4 (*) Dat je niz brojeva 2, 8, 14, 20... Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa koji je n -ti broj u datom nizu.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
5	14
2017	6050

Zadatak 5 (*) Dat je niz brojeva 2, 5, 9, 14, 20, ... Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa koji je n -ti broj u datom nizu.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
6	27

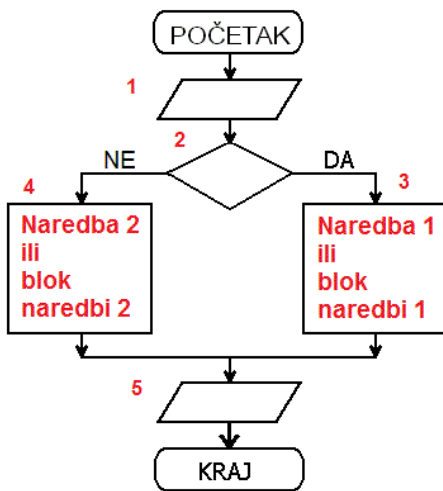
Zadatak 6 ()** Označimo sa x maksimalan broj oblasti na koje n pravih mogu podijeliti jednu ravan. Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa broj x .

Primjer:

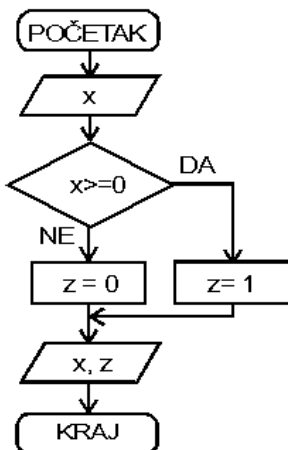
Ulaz	Izlaz
1	2
5	16

Instrukcija grananja

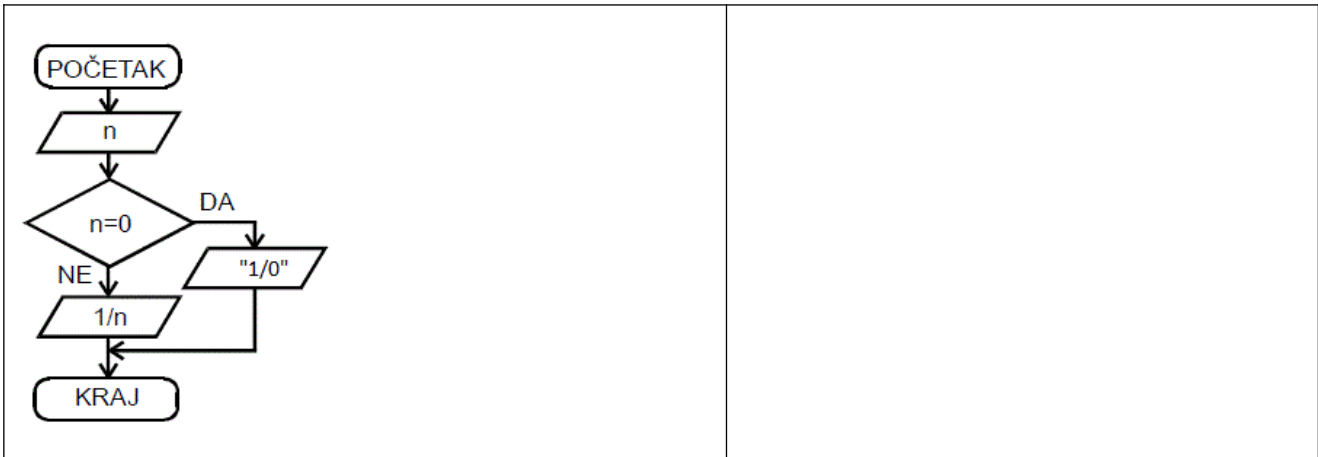
Opšti oblik razgranate strukture



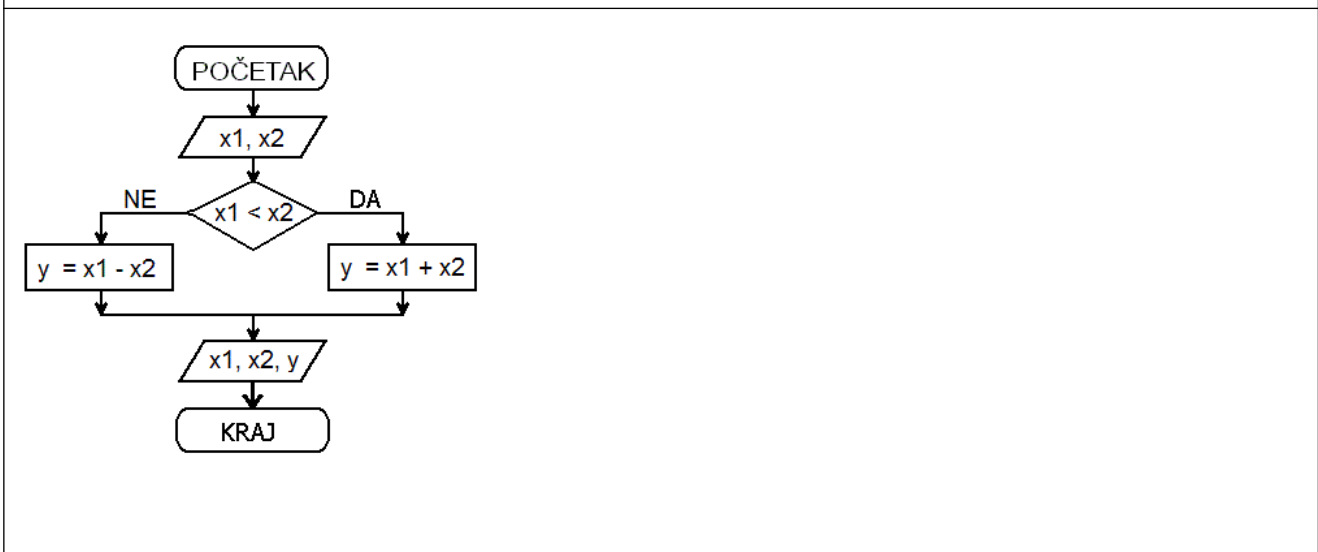
Učitati broj x i štampati vrijednost $z = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$



Učitati cio broj n i štampati njegovu recipročnu vrijednost. Ako je učitani broj 0, štampati „1/0“.



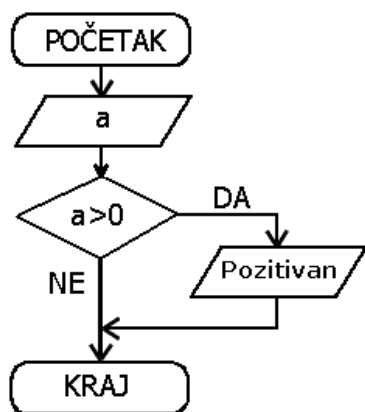
Učitati x1 i x2. Ako je $x1 < x2$ štampati $x1-x2$, inače štampati $x1+x2$.



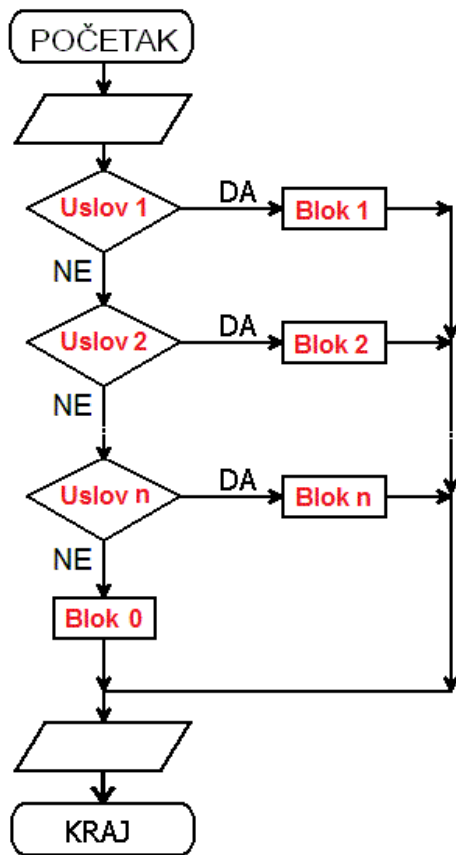
Opšti oblik razgranate strukture



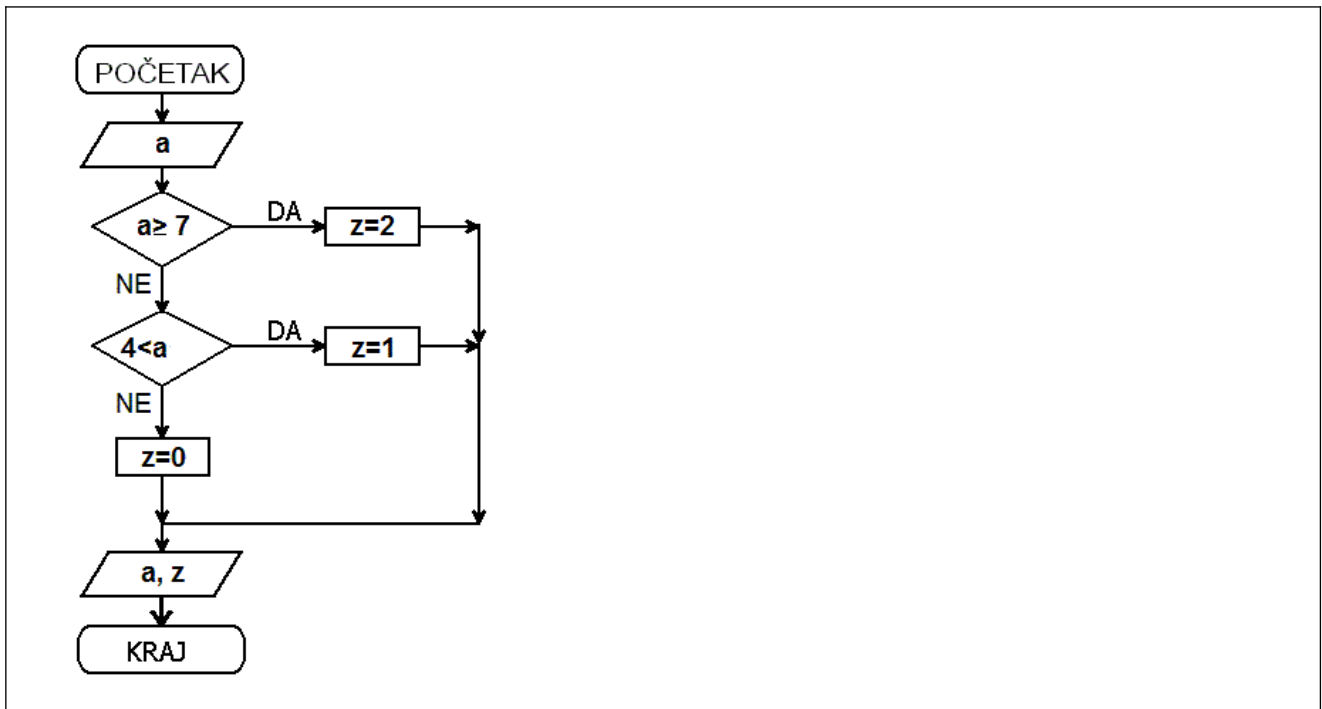
Učitati broj a. Ako je a pozitivan, štampati poruku "Pozitivan".



Opšti oblik višestruko razgranate strukture



Učitati broj a i štampati broj a i vrijednost izraza $z = \begin{cases} 2, a \geq 7 \\ 1, 4 < a < 7 \\ 0, a \leq 4 \end{cases}$



Domaći zadatak:

Zadatak 1 Napisati program koji učitava realan broj x i štampa broj y koji se određuje na sljedeći način: ako je x nenegativan, tada se x uveća za 5; ako je x negativan, tada mu se promijeni znak i sabere se sa 3.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1	6
-5.2	8.2

Zadatak 2 Napisati program koji učitava dva realna broja x i y i štampa veći od njih.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1 3	3
-5.2 -5.6	

Zadatak 3 Napisati program koji učitava dva realna broja x i y i štampa koliko je rastojanje između njih na brojnoj osi.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1 3	2
-5.6 -5.2	0.4
-5.6 5.2	10.8

Zadatak 4 Napisati program koji učitava dva realna broja x i y i štampa površinu pravougonika čije su stranice x i y. Ako jedan od brojeva nije pozitivan, štampati poruku „Ne postoji“.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1 3.2	3.2
-5.6 5.2	Ne postoji

Zadatak 5 Napisati program koji učitava tri realna broja a, b i c i štampa poruku „DA“ ako postoji trougao čije su dužine stranica a, b i c, ili štampa „NE“ ako takav trougao ne postoji.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1 3.2 2	NE
-5.6 5.2 5	NE
4 3 5	DA

Zadatak 6 Napisati program koji učitava šest realnih brojeva $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ i štampa najveći i najmanji od njih.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
1.5 3.2 2 4.7 2.2 3.1	1.5 4.7

Zadatak 7 (*) Nekada davno, u Moskvi je karta za jednu vožnju u metrou koštala 15 rubalja, karta za 10 vožnji 125 rubalja i karta za 60 vožnji 440 rubalja. Marko planira da iskoristi n vožnji. Koliko karata svakog tipa mora kupiti da bi izvršio bar n vožnji a da ukupna cijena karata bude najmanja moguća? **Ulaz:** Učitava se jedan prirodan broj n . **Izlaz:** Štampaju se tri nenegativna cijela broja – broj karata koje Marko mora kupiti za 1, 10 i 60 vožnji.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
36	0 0 1
64	4 0 1

Napomena: u prvom primjeru, najbolji izbor za Marka je da kupi jednu kartu za 60. Uporediti cijenu karte za 60 vožnji sa drugim mogućnostima: cijenom 3 karte za 10 vožnji i 6 karata za jednu vožnju ili sa cijenom 4 karte za 10 vožnji.