

Algoritmi – uvod

Algoritam – konačan niz instrukcija (operacija ili koraka) koji opisuju kako riješiti problem. Riječ algoritam (engleski 'algorithm') potiče od latinskog prevoda imena persijskog matematičara al-Khwārizmī (persijski: خوارزمی, 780–850). Napisao je knjigu o brojevima oko 825. godine koja je prevedena na latinski u dvanaestom vijeku pod naslovom „*Algoritmi de numero Indorum*“. Riječ "Algoritmi" u naslovu je nastala kao prevod imena autora Al-Khwarizmi.

Algoritmi se mogu zadati nizom instrukcija ili pomoću dijagrama toka (engleski „flow chart“). Ponekad se instrukcije zadaju pomoću tzv. pseudokoda.

Prije prvog algoritma definisaćemo kako se zapisuju aritmetičke operacije:

Operacija	Matematika	U algoritmima	Primjer
Sabiranje	$a+b$	$a+b$	$7+2=9$
Oduzimanje	$a-b$	$a-b$	$7-2=5$
Množenje	ab ili $a \cdot b$	$a * b$	$7 * 2 = 14$
Dijeljenje	$a : b$	a / b	$7 / 2 = 3,5$
Cjelobrojno dijeljenje	a/b ili $a \text{ div } b$	$a \text{ div } b$	$7 \text{ div } 2 = 3$
Ostatak pri dijeljenju ili moduo	$a \text{ mod } b$	$a \% b$	$7 \% 2 = 1$

Ponekad se pravi razlika između dijeljenja realnih brojeva i dijeljenja cijelih brojeva. Na primjer, $7/2$ je 3,5 i tada govorimo o dijeljenju realnih brojeva. Međutim, ako 7 i 2 posmatramo kao cijele brojeve, tada se može reći da se pri dijeljenju broja 7 brojem 2 dobija količnik 3 i ostatak 1 jer je $7=3*2+1$. U nekim knjigama se cjelobrojno dijeljenje označava simbolom div, kako je označeno u gornjoj tabeli.

Primjer 1: Odrediti površinu pravougaonika čije su dužine stranica a i b .

Rješenje: Opišimo algoritam na našem jeziku, zadajući ulaz, izlaz i korake koje treba izvršiti.

Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi

Izlaz: p – površina pravougaonika

Algoritam:

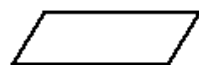
1. učitati brojeve a i b
2. $p = a * b$
3. štampati p

Drugi način zadavanja algoritma je grafički, koristeći takozvani dijagram toka. Dio simbola za predstavljanje prikazan je na slici:

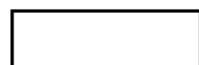
1. Početak / Kraj



2. Ulaz / Izlaz



3. Obrada



Umjesto istog simbola za ulaz/izlaz, ponekad se koriste poseban simbol za ulaz i poseban simbol za izlaz

Ulaz

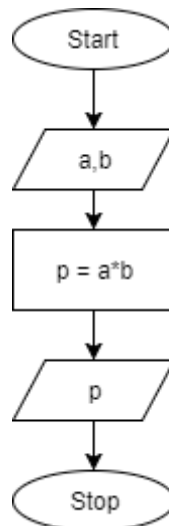


Izlaz



Primjer 2: Nacrtati dijagram toka algoritma iz primjera 1 (površina pravougaonika).

Rješenje:



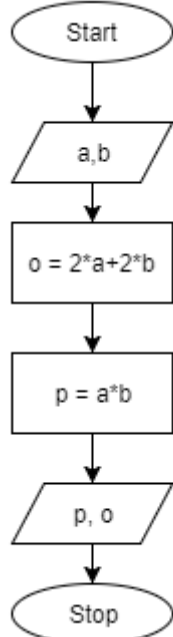
Primjer 3: Napisati algoritam koji izračunava obim pravougaonika čije se dužine stranica a i b.

Rješenje: Obratite pažnju da smo upotrijebili slovo (promjenljivu) p kao oznaku za obim pravougaonika.

Opis koraka	Dijagram toka
<p>Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi</p> <p>Izlaz: p – obim pravougaonika</p> <p>Algoritam:</p> <ol style="list-style-type: none">1. učitati brojeve a i b2. $p = 2*a + 2*b$3. štampati p	<pre>graph TD; Start([Start]) --> Input[/a,b/]; Input --> Process[p = 2*a+2*b]; Process --> Output[/p/]; Output --> Stop([Stop]);</pre>

Primjer 4: Napisati algoritam koji izračunava obim i površinu pravougaonika čije se dužine stranica a i b .

Rješenje: Upotrijebili smo dvije promjenljive, redom p i o , za površinu i obim pravougaonika.

Opis koraka	Dijagram toka
<p>Ulaz: a, b – dužine stranica pravougaonika, a i b su pozitivni realni brojevi Izlaz: o – obim pravougaonika, p – površina pravougaonika Algoritam:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. učitati brojeve a i b 2. $o = 2*a + 2*b$ 3. $p = a*b$ 4. štampati p i o 	 <pre> graph TD Start([Start]) --> Input[/a, b/] Input --> Process1[o = 2*a + 2*b] Process1 --> Process2[p = a*b] Process2 --> Output[/p, o/] Output --> Stop([Stop]) </pre>

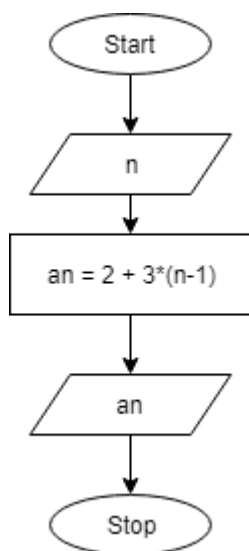
Zadatak 5 (*) Dat je niz brojeva 2, 5, 8, 11... Napisati program koji učitava prirodan broj n i štampa koji je n -ti broj u datom nizu.

Primjer:

Ulaz	Izlaz
5	14
2017	6050

Rješenje:

Označimo redom elemente niza sa $a_1, a_2, \dots, a_n \dots$ (tj. $a_1=2, a_2=5, a_3=8, \dots$). Naš zadatak je da za dato n odredimo a_n . Svaki element niza je za 3 veći od prethodnog elementa tj. važe jednakosti: $a_2=a_1+3, a_3=a_2+3, a_4=a_3+3, \dots, a_n=a_{n-1}+3$. Ako u svakoj jednakosti prebacimo elemente niza a sa iste strane jednakosti, dobijamo $n-1$ jednakosti: $a_2-a_1=3, a_3-a_2=3, a_4-a_3=3, \dots, a_n-a_{n-1}=3$. Ako saberemo sve ove jednakosti, dobijamo: $a_2-a_1 + a_3-a_2 + a_4-a_3 + \dots + a_n-a_{n-1} = \underbrace{3+3+\dots+3}_{n-1}$. Sada je lijeva strana jednaka $a_n - a_1$, a desna strana je $3*(n-1)$, pa dobijamo da je $a_n - a_1 = 3*(n-1)$ tj. $a_n = a_1 + 3*(n-1)$ i konačno dobijamo $a_n = 2 + 3*(n-1)$.



Primjer 6: Napisati algoritam koji učitava četvorocifren prirodan broj n i štampa zbir njegovih cifara.

Rješenje: Neka su cifre broja n redom a , b , c i d , što zapisujemo kao $n = abcd$. Prvo pokažimo kako se dobija cifra jedinica prirodnog broja n . Npr. ako je $n=12316$, tada se pri cjelobrojnom dijeljenju broja n sa 10 dobija se količnik 1231 i ostatak 6. Primjetite da je ostatak upravo cifra jedinica broja n , pa se ona dobija kao $n \bmod 10$ (ili $n\%10$). Cifru desetica broja n možemo dobiti na više načina. Prvi način je „otkinemo“ posljednju cifru broja n primjenom operacije cjelobrojnog dijeljenja ($n \div 10$), pa zatim odredimo posljednju cifru rezultata (npr. ako je $n=12316$, tada je $n \div 10 = 1231$, pa je posljednja cifra broja 1231 u stvari cifra desetica polaznog broja). Drugi način je da se od broja n dobije broj koji čine posljednje dvije cifre, pa se zatim odredi prva cifra rezultata. Npr. ako je $n=12316$, tada je $n \bmod 100 = 16$, pa je prva cifra broja 16 u stvari cifra desetica polaznog broja.

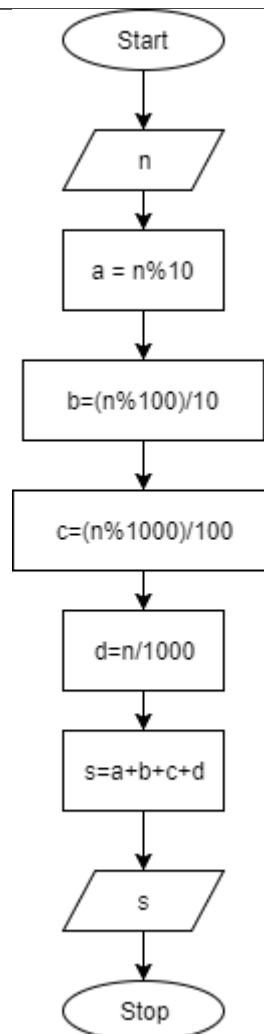
Na sličan način se dobijaju i ostale cifre.

Ulaz: $n = dcba$, četoricifreni prirodan broj

Izlaz: s – zbir cifara broja n

Algoritam:

1. učitati broj n
2. $a = n \% 10$
3. $b = (n \% 100) / 10$
4. $c = (n \% 1000) / 100$
5. $d = n / 1000$
6. $s = a + b + c + d$
7. štampati s



Drugo rješenje:









Ulaz: $n = dcba$, četoricifreni prirodan broj

Izlaz: s – zbir cifara broja n

Algoritam:

1. učitati broj n
2. $a = n \% 10$
3. $b = (n / 10) \% 10$
4. $c = (n / 100) \% 10$
5. $d = n / 1000$
6. $s = a + b + c + d$
7. štampati s

Uradićemo dva primjera sa robotom koji crta na papiru ili ekranu. Robot je na početku usmjeren tako da gleda prema sjeveru (trougao na slici). U tabeli su opisani efekti komandi zadatih robotu:

Komanda	Prije izvršavanje komande	Poslije izvršavanja komande
fd 100 ili forward 100 naprijed 100; obratite pažnju da robot i dalje gleda ka sjeveru; umjesto 100 može bilo koji broj		
bk 50 nazad 50; obratite pažnju da robot i dalje gleda ka sjeveru; umjesto 50 može bilo koji broj		
rt 90 ili right 90 okretanje udesno za 90 stepeni; umjesto 90 može bilo koji ugao		
lt 90 ili left 90 okretanje nalijevo za 90 stepeni; umjesto 90 može bilo koji ugao		

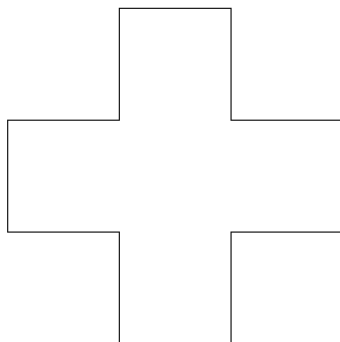
Primjer 7. Napisati komande koje crtaju kvadrat stranice 100

Rješenje: Jedno od mogućih rješenja je:

```
fd 100
rt 90
fd 100
rt 90
fd 100
rt 90
fd 100
```

Ovaj niz komandi je u stvari algoritam kako se crta kvadrat stranice 100, ako su jedine dopuštene operacije fd, bk, lt i rt.

Zadatak 1. Napisati komande koje crtaju sljedeću figuru, pri čemu je stranica jednog kvadrata 100.



Zadatak 2. Napišite komande koje crtaju mač kao na slici, gdje je $a=30$, $b=10$, $c=100$. Ugao pri vrhu mača je 60° .

Dimenzije	$a=30, b=10, c=100$

Zadatak 3. Napisati algoritam koji učitava četvorocifren prirodan broj $n = abcd$ i štampa broj $s = cdab$.

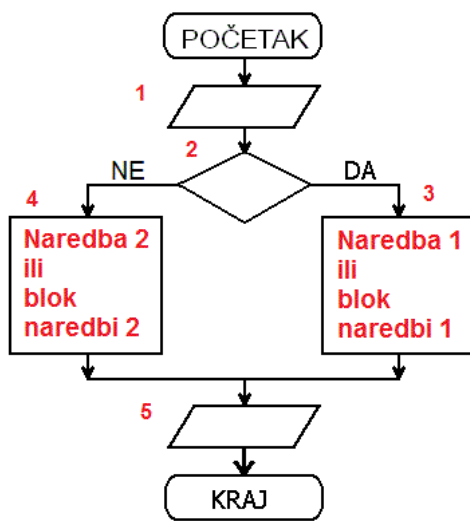
Primjer:

Ulaz	Izlaz
1234	3412
2007	720

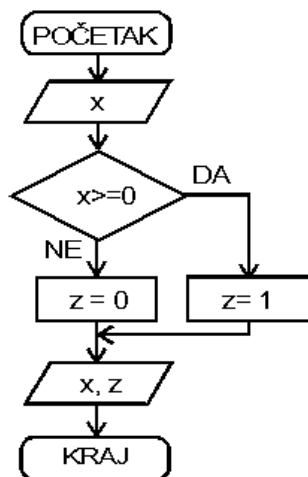
Kontrolne naredbe

Primjeri:

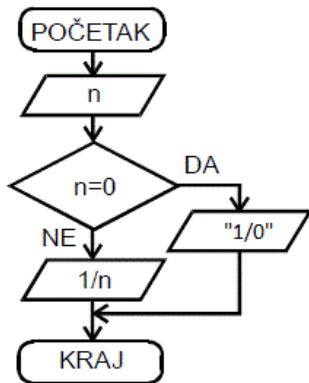
Opšti oblik razgranate strukture



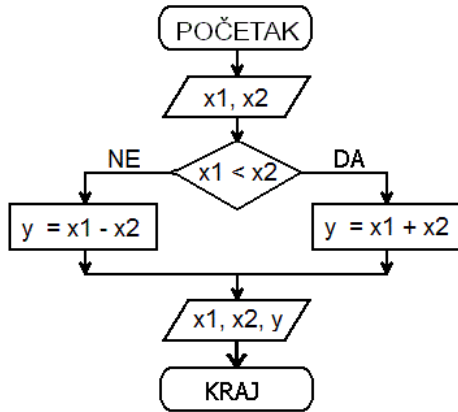
Učitati broj x i štampati vrijednost $z = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$



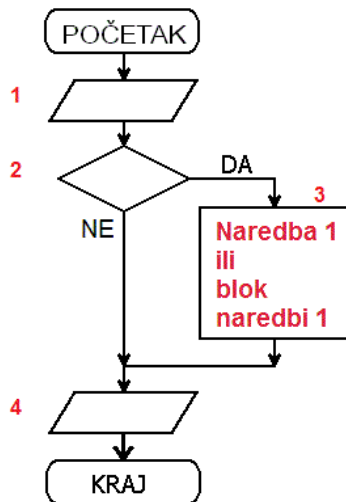
Učitati cio broj n i štampati njegovu recipročnu vrijednost. Ako je učitani broj 0, štampati tekst „1/0“.



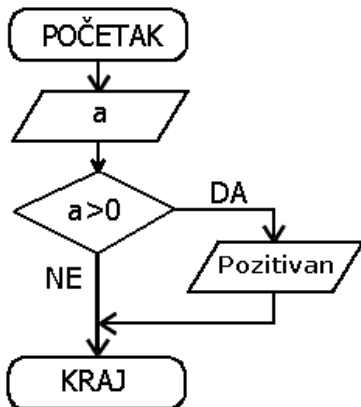
Učitati x_1 i x_2 . Ako je $x_1 < x_2$ štampati $x_1 - x_2$, inače štampati $x_1 + x_2$.



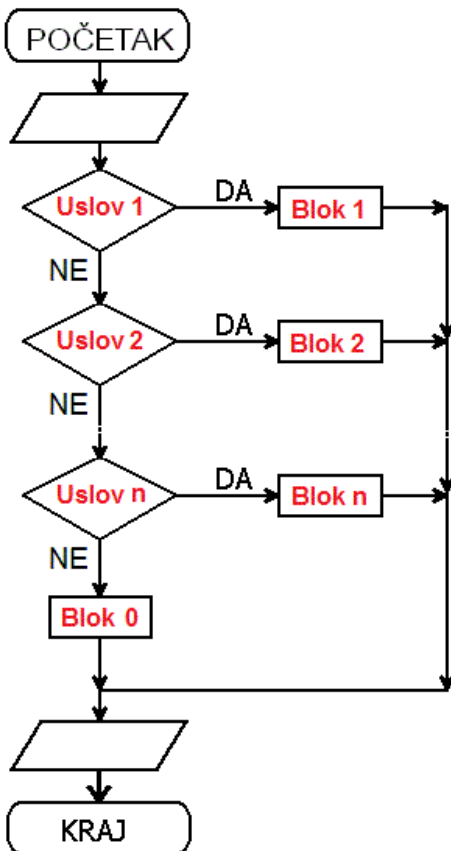
Opšti oblik razgranate strukture (if bez else)



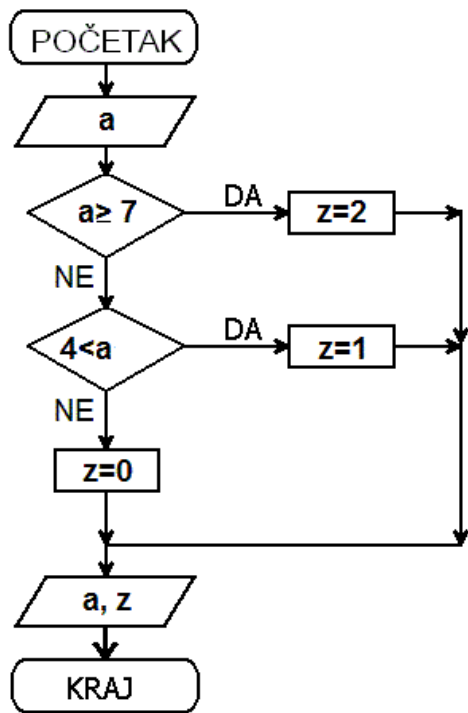
Učitati broj a. Ako je a pozitivan, štampati poruku "Pozitivan".



Opšti oblik višestruko razgranate strukture

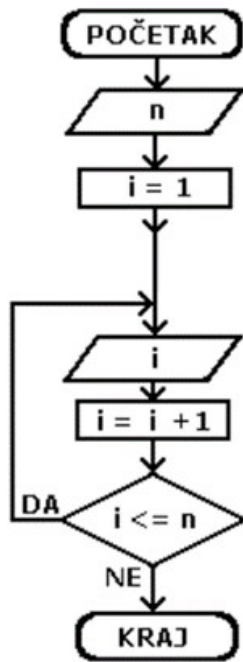


Učitati broj a i štampati vrijednost izraza $z = \begin{cases} 2, & a \geq 7 \\ 1, & 4 < a < 7 \\ 0, & a \leq 4 \end{cases}$



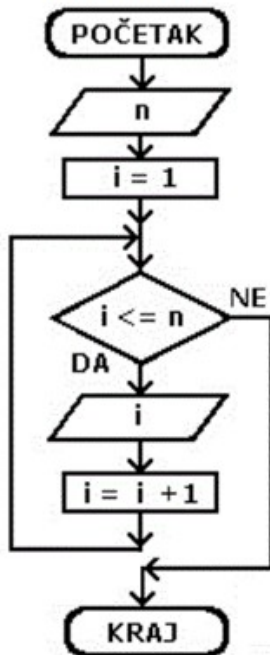
Učitati prirodan broj n i štampati sve prirodne brojeve od 1 do n .

Prvi način

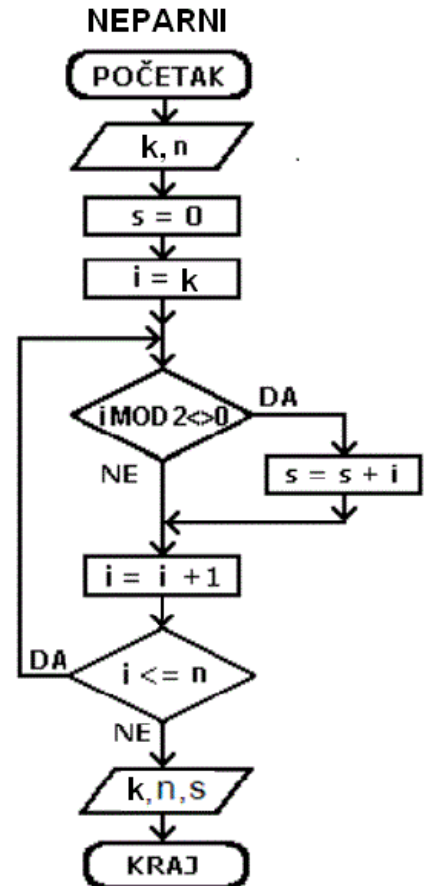
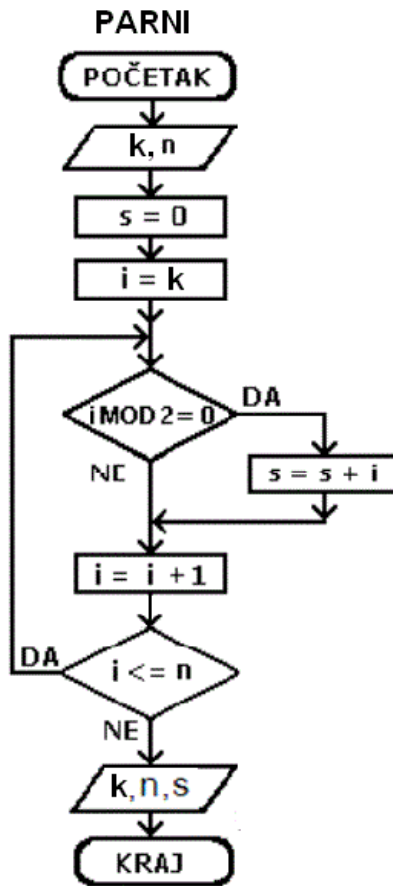
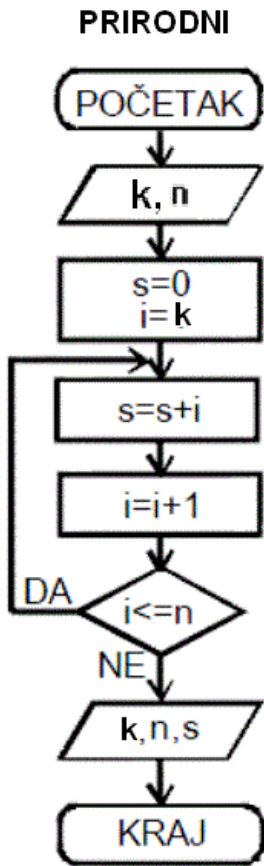


Učitati prirodan broj n i štampati sve prirodne brojeve od 1 do n .

Drugi način



Učitati prirodne brojeve k i n ($k \leq n$) i štampati: (a) brojeve k i n i zbir svih prirodnih brojeva od k do n ; (b) brojeve k i n i zbir svih neparnih prirodnih brojeva od k do n ; (c) brojeve k i n i zbir svih neparnih prirodnih brojeva od k do n .



Napisati algoritme za sljedeće zadatke. Svi zadaci imaju linijsku strukturu.

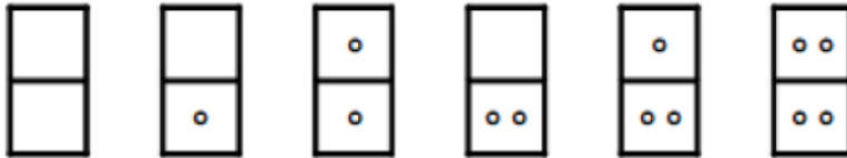
1. Data je stranica kvadrata a . Naći njegov obim i površinu.
2. Date su stranice a i b pravougaonika. Naći njegov obim i površinu.
3. Date su osnovice a i b i visina trapeza h . Naći njegovu površinu.
4. Data je zapremina V i masa M nekog tijela. Odrediti njegovu gustinu.ž
5. Za neku državu poznata je njena površina i broj stanovnika. Odrediti gustinu naseljenosti te države.
6. Dato je rastojanje u centimetrima. Odrediti koliko cijelih metara ima u tom rastojanju. Npr. 324cm imaju 3 metra.
7. Napisati kod koji za dati pozitivni realni broj r računa i štampa obim i površinu kruga poluprečnika r .
8. Napisati kod koji za date stranice a , b i c kvadra računa površinu i zapreminu kvadra.
9. Napisati kod koji za dati poluprečnik osnove r i visinu H prave kupe računa površinu i zapreminu kupe.
10. Dimenzije pravougaonika su 543 i 130. Koliko kvadrata stranice 65 je moguće izrezati iz tog pravougaonika?
11. Dat je četvorocifreni prirodan broj. Napisati kod koji štampa cifru stotina tog broja. Napomena: npr. za broj 4647, posljednja cifra 7 se dobija kao ostatak pri dijeljenju datog broja sa 10.
12. Dat je četvorocifreni prirodan broj. Napisati kod koji štampa zbir kvadrata cifara tog broja.
13. Dat je trocifren broj. Odrediti broj koji se dobija zamjenom prve i posljednje cifre.
14. Dat je četvorocifren broj. Odrediti broj koji se dobija zamjenom treće i druge cifre. Npr. od 5804 dobija se 5084.
15. (*) Dat je cio broj k ($1 \leq k \leq 180$) i niz cifara 10111213...9899 koji se dobija kada se svi dvocifreni brojevi redom zapišu jedan iza drugog. Za dato k , odrediti dvocifreni broj koji sadrži k -tu cifru u datom nizu. Npr., za $k=7$, traženi broj je 13.
16. Petar je posmatrao fudbalsku utakmicu i na papiru zapisivao rezultat sa semafora poslije svakog gola. Npr. mogući zapis je: 1:0, 1:1, 1:2, 2:2, 2:3. Zatim je Petar sabrao sve zapisane brojeve: $1+0+1+1+1+2+2+2+2+3=15$. Na osnovu datog zbira, napišite program koji određuje koliko je golova bilo na utakmici. **Ulaz:** U jednom redu dat je cio broj N – Petrov zbir ($1 \leq N \leq 1000$). **Izlaz:** Štampati jedan cio broj – broj golova.
17. Na svoj jedanaesti rođendan, Harry Potter je saznao da nije običan dječak već da je pred njim uspješna čarobnjačka karijera. U početku mu nije bilo lako jer nije znao ni neke najobičnije stvari iz čarobnjačkog svijeta, kao npr., kako izgleda i koja je vrijednost novca kojim se plaća u tom svijetu. Zato mu je Rubeus Hagrid objasnio kako stoje stvari u čarobnjačkoj ekonomiji. On je rekao: „U čarobnjačkom svijetu sve se plaća u kovanicama. Postoje tri vrste kovanica, zlatni galeoni, srebrni srpovi i bronzani knutovi i među njima vrijedi

sljedeći odnos: **jedan galeon vrijedi sedamnaest srpova, a jedan srp dvadeset devet knutova**“. Napiši program koji za zadatu količinu galeona, srpova i knutova koju Harry ima na svom računu štampa kolika je ukupna količina tog novca izražena u knutovima. ULAZ: U jedinom redu ulaza nalaze se, odvojena razmakom, tri prirodna broja G, S i K ($0 \leq G, S, K \leq 50$), gdje je G količina galeona, S količina srpova, a K broj knutova na Harryjevom računu. IZLAZ: U jedini red izlaza štampati prirodan broj koji predstavlja traženu količinu novca.

Primjeri ulaza i izlaza:

ulaz	ulaz	ulaz
1 0 0	1 1 0	1 1 1
izlaz	izlaz	izlaz
493	522	523

18. (*) Domino se igra pločicama pravougaonog oblika, takvim da se na svakoj pločici nalaze dvije oznake. Svaka oznaka sastoji se od određenog broja tačkica. Broj tačkica zavisi o veličini skupa domina. U skupu domina veličine N broj tačkica na jednoj pločici može biti bilo koji broj između 0 i N, uključivo. U jednom skupu ne postoje dvije pločice potpuno jednakih oznaka, bez obzira na redosljed oznaka na pločici. U potpunom skupu veličine N nalaze se sve moguće pločice sa oznakama 0 do N. Npr. potpuni skup domina veličine 2 sadrži šest pločica sa sljedećim oznakama:



Napišite program koji će odrediti ukupan broj tačkica na svim pločicama u potpunom skupu domina veličine N. Vaš program treba da učitava jedan prirodan broj N ($1 \leq N \leq 1000$) – veličinu potpunog skupa domina. Program treba da štampa ukupan broj tačkica na svim pločicama u potpunom skupu domina veličine N.

Primjeri ulaza i izlaza:

ulaz	ulaz	ulaz
1 0 0	1 1 0	1 1 1
izlaz	izlaz	izlaz
493	522	523